

A4 モーションコントロールの基礎実験

1 目的

圧延機，鉄道車両，エレベータ，電気自動車，工作機，ロボット，磁気ディスクなど，モータを使って機械を動かすシステムは多くの分野で使われている．これらの機械を如何にうまく動かすかがモーションコントロール技術である．本実験では，位置制御等に広く用いられている直流サーボモータを用いたサーボ機構の原理について学び，フィードバック制御系としての構成を理解することを目的とする．

2 原理

2.1 サーボモータのモデリング

直流サーボモータは，通常の直流機と同じ構造を持つが，特に応答速度が速くなるように設計されている．直流サーボモータの回転速度制御法としては，電機子制御方式，界磁制御方式に大別されるが，本実験では前者を用いている．図1右側に他励形の直流サーボモータを示す．

図1右側の電機子回路に含まれる抵抗とリアクタンスをそれぞれ R_m [Ω] とリアクタンス L_m [H] とし，回路への入力電圧を V_m [V]，電流を i_m [A] とする．次の関係が成立する．

$$V_m = e_b + i_m R_m + L_m \frac{di_m}{dt} \quad (1)$$

ここで， e_b [V] は逆起電力である．界磁電流 i_f [A] が一定のとき， e_b は回転速度 ω_m [rad/s] に比例する

$$e_b = k_m \omega_m \quad (2)$$

ただし， k_m [V·s/rad] は逆起電力係数である．また， i_f が一定のとき，モータから発生するトルク T_m [N·m] は電機子電流 i_m に比例する．

$$T_m = k_t i_m \quad (3)$$

ただし， k_t [N·m/A] はトルク係数である．他方，機械回路におけるトルク平衡式として次式が成立する．

$$T_m + T_d = J_{eq} \frac{d\omega_m}{dt} \quad (4)$$

ここで， J_{eq} [kg·m²] はモータロータと慣性負荷（ホイール）全体の慣性モーメント， T_d [N·m] は慣性負荷にかかる外乱トルクである．

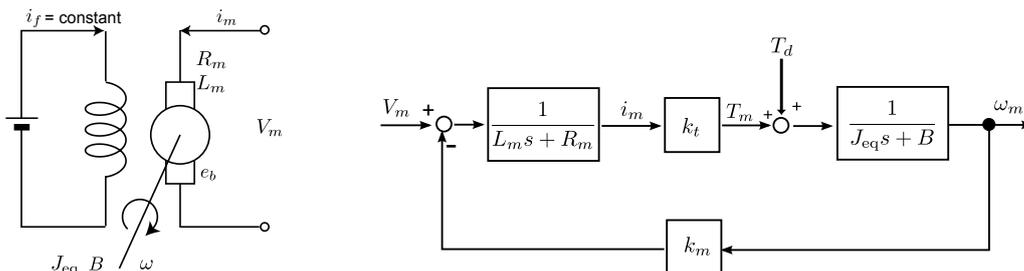


図1 他励式直流サーボモータの回路とブロック線図

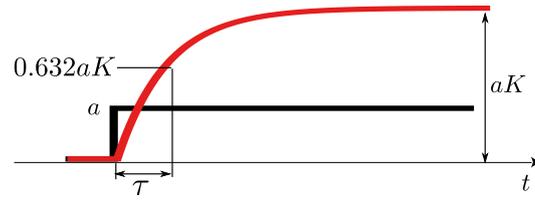


図2 一次系のステップ応答

以上の諸式より，サーボモータのブロック線図は図1左側のようになる． $k_m = k_t$ を用いて， $V_m(s)$ から $\omega_m(s)$ への伝達関数を求めると，次のように得られる．

$$G_m(s) = \frac{k_m/(L_m s + R_m)J_{eq} s}{1 + k_m^2/(L_m s + R_m)J_{eq} s} = \frac{k_m}{(L_m s + R_m)J_{eq} s + k_m^2} \quad (5)$$

通常， L_m は小さいので，

$$G_m(s) \approx \frac{k_m/R_m}{J_{eq} s + k_m^2/R_m} = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (6)$$

と近似される．ここで， K, τ はそれぞれサーボモータのゲイン，時定数である．ゆえに電機子電圧と回転速度間の応答は1次系とみることができる．

モータのパラメータ K, τ を求める手法としてバンプテスト (Bump Test) がある．バンプテストはステップ応答に基づく簡単な手法である．1次系 $G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$ のステップ応答を考える．入力を a/s とすると，時間応答 $y(t)$ は，

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{aK}{s(\tau s + 1)} \right] = aK \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s + (1/\tau)} \right] = aK(1 - e^{-t/\tau}) \quad (7)$$

である．ここで， \mathcal{L}^{-1} は逆ラプラス変換である． $y(t)$ を図示すると，図2の赤線のようになる．

応答の最終値は，

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} aK(1 - e^{-t/\tau}) = aK \quad (8)$$

であり，また， $t = \tau$ のとき

$$y(\tau) = aK(1 - e^{-1}) \approx 0.632 \times aK \quad (9)$$

となる．ステップ応答波形から，上式を用いることにより K と τ の値を求めることができる．

2.2 速度制御

速度制御ではPI (Proportional-Integral: 比例-積分) コントローラを用いる．速度制御に関するシステムのブロック線図を図3に示す．モータのモデルはブロック $\frac{K}{\tau s + 1}$ により表現されている．モータへの入出力はそれぞれ，電圧 V_m と角速度 ω_m である． u は制御入力であり，制御量 (モータの角速度) $y = \omega_m$ に対する目標値 (セットポイント) を r とする．コントローラは，比例ゲイン k_p ，積分ゲイン k_i ，セットポイントウェイト (目標値に対する重み) b_{sp} で決定される．

セットポイントウェイトを伴うPIコントローラによる制御入力は以下のように表せる．

$$u(s) = k_p(b_{sp}r(s) - y(s)) + k_i \frac{r(s) - y(s)}{s} \quad (10)$$

PIコントローラには積分要素が含まれているので，偏差 $r(t) - y(t)$ が残っている限り，これが積分されて制御入力に反映される．この動作は偏差が0になり落ち着くまで続くことになる．

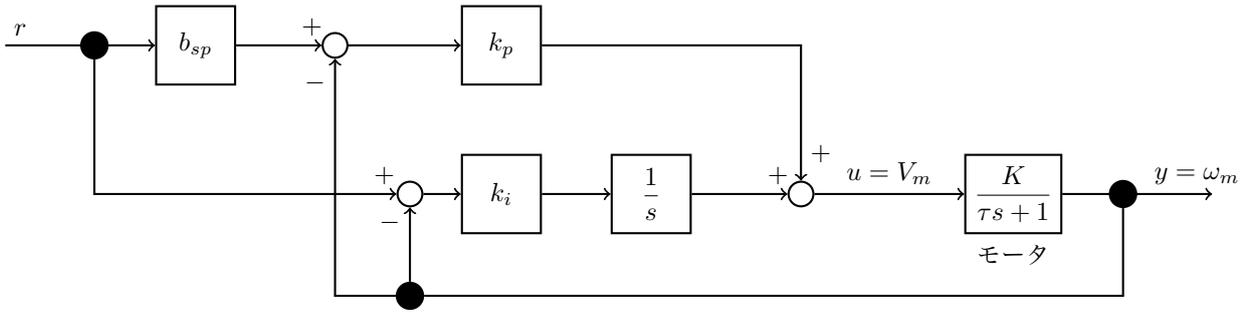


図3 速度制御のブロック線図

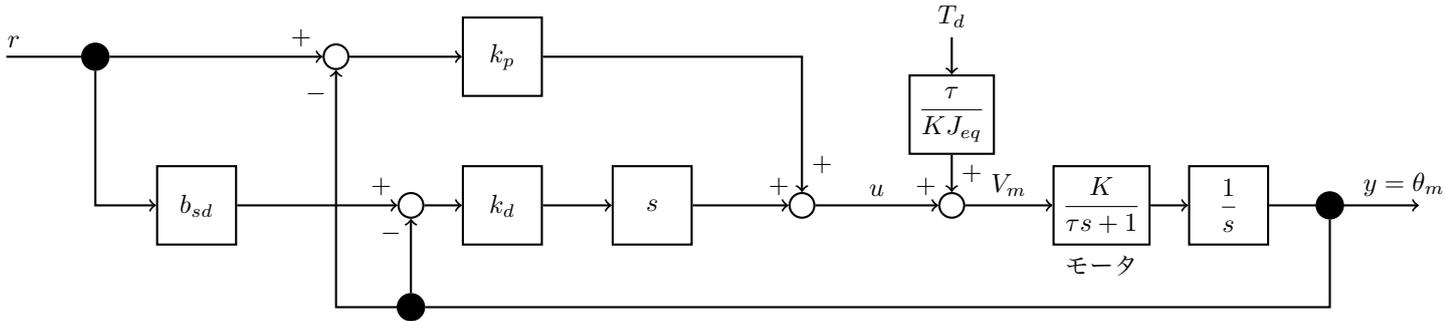


図4 位置制御のブロック線図

r から y への閉ループ伝達関数 $G_{yr}(s)$ を求めると次のようになる。

$$G_{yr}(s) = \frac{K(k_p b_{sp} s + k_i)}{\tau s^2 + (K k_p + 1)s + K k_i} \quad (11)$$

2.3 位置制御

位置制御では PD (Proportional-Derivative) コントローラを用いる。位置制御に関するシステムのブロック線図を図4に示す。モータのモデルはブロック $\frac{K}{\tau s + 1}$ により表現されている。モータへの入出力はそれぞれ電圧 V_m と角速度 ω_m であり、 T_d は慣性負荷 (ホイール) への外乱トルクである。 θ_m はモータの角度を表している。 u は制御入力であり、制御量 (モータの角度) $y = \theta_m$ に対する目標値を r とする。コントローラは、比例ゲイン k_p 、微分ゲイン k_d 、目標値の速度に対するセットポイントウェイト b_{sd} で決定される。

セットポイントウェイトを伴う PD コントローラの制御入力は以下のように表せる。

$$u(s) = k_p(r(s) - y(s)) + k_d s(b_{sd} r(s) - y(s)) \quad (12)$$

PD コントローラは微分要素を含むため、フレキシビリティを与えることが可能である。これは、先の状態の近似予測なので振動を速く減衰させるなどの効果が期待できる。

r から y への閉ループ伝達関数 $G_{yr}(s)$ を求めると以下のようなになる。

$$G_{yr}(s) = \frac{K(k_d b_{sd} s + k_p)}{\tau s^2 + (1 + K k_d)s + K k_p} \quad (13)$$

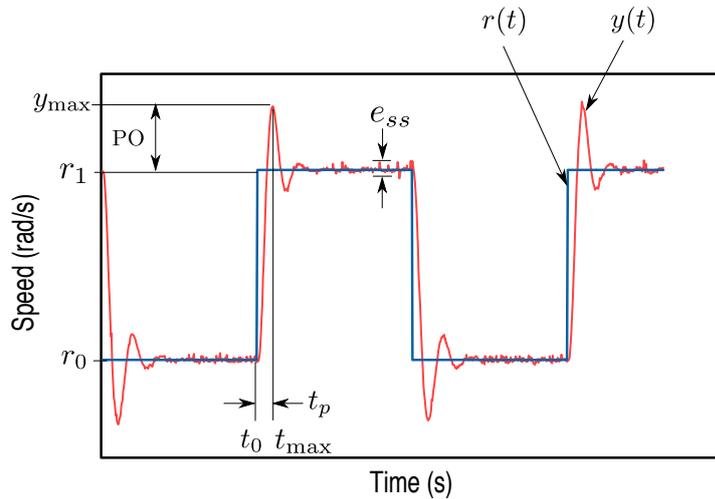


図5 2次系のステップ応答波形

2.4 2次系のステップ応答

セットポイントウェイト $b_{sp} = 0$ とした PI コントローラによる速度制御と, $b_{sd} = 0$ とした PD コントローラによる位置制御の閉ループ系はともに次のような 2 次系となる.

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (14)$$

係数 ω_n , ζ はそれぞれ自然角周波数, 減衰係数と呼ばれる. ここでは, $\zeta < 1$ の場合について考える.

コントローラの性能評価するために, システムのステップ応答波形に対して次の特性値が考えられている.

オーバーシュート (最大行過ぎ量) 応答のピーク値と目標値との差. 目標値に対する割合 (%) で表示する.

行過ぎ時間 最初のピーク値に達するまでの時間.

定常偏差 定常状態における目標値と制御量との差.

2 次系に対して, ステップ入力 (方形波) $r(t) = r_1 - r_0$ を入れた場合の応答波形を, 図 5 に示す. この図において, y_{\max} と r_1 はそれぞれピーク値と目標値であり, PO, t_p , e_{ss} はそれぞれオーバーシュート, 行過ぎ時間, 定常偏差を表している. ただし, オーバーシュートでは, $r_1 - r_0$ に対する $y_{\max} - r_1$ の割合を考える.

自然角周波数 ω_n , 減衰係数 ζ とオーバーシュート PO, 行過ぎ時間 t_p との関係を示す. 入力を $t_0 = 0$ で立ち上がる, 大きさ $r_1 - r_0$ のステップ入力と見ると, 2 次系の時間応答 $y(t)$ は次のように求められる.

$$\begin{aligned} y(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \cdot \frac{r_1 - r_0}{s} \right] = (r_1 - r_0) \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{s} - \frac{s + \zeta\omega_n}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2} - \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \frac{\omega_d}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2} \right] \\ &= (r_1 - r_0) \left(1 - e^{-\zeta\omega_n t} \left(\cos \omega_d t + \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin \omega_d t \right) \right) \quad (15) \end{aligned}$$

ここで, $\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2}\omega_n$ とした. $y(t)$ を微分すると, t_p と y_{\max} は,

$$t_p = \pi / \omega_d \quad (16)$$

$$y_{\max} = (r_1 - r_0)(1 + e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}) + r_0 \quad (17)$$

であることが分かり, PO は次のようになる.

$$PO = 100 \times e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (18)$$

3 実験

3.1 使用機器・ソフト

- DC モータ (Quanser QNET DC モータ 2.0 アドオンボード)
- 計測器 (NI ELVIS II Basic)
- 制御用 PC
- ソフトウェア (NI LabVIEW, NI LabVIEW Control Design and Simulation Module)

【注意】水分や静電気などに十分注意して実験を行うこと。

3.2 モデリング

1. 「QNET DC Motor Modeling.vi」を開き、モータを動作させる。「Signal Generator」のパラメータを以下のように設定する。
 - Amplitude (rad/s) = 2.0
 - Frequency (Hz) = 0.20
 - Offset (V) = 3.0
2. 【計算】 ステップ応答を観測したら、「Stop」ボタンを押してモータを停止させる。「Measurement Graphs」タブを選択し、Speed (rad/s) と Voltage (V) のグラフを表示させる。グラフの値を読み取り、モータのゲインと時定数を計算する。
3. 【考察】 「Model Parameters」のパラメータに、上で求めたモータのゲイン K と時定数 τ を入力し、モータを動作させる。モデルと実際のモータの角速度を定量的に比較・評価する。それらが一致していない場合は原因を考えるとともに、ゲイン K と時定数 τ を調整する。
4. 【記録】 決定したゲイン K と時定数 τ を記録し、Speed (rad/s) のグラフを保存する。

3.3 速度制御実験

1. 「QNET DC Motor Speed Control.vi」を開き、モータを動作させる。「Signal Generator」のパラメータを以下のように設定する。
 - Amplitude (rad/s) = 25.0
 - Frequency (Hz) = 0.20
 - Offset (V) = 100.0
 - Signal = 'Square'さらに「Control Parameters」のパラメータを以下のように設定する。
 - 比例ゲイン k_p (V.s/rad) = 0.050
 - 積分ゲイン k_i (V/rad) = 1.00
 - セットポイントウエイト bsp = 0.00
2. 【考察】 k_p を適当な間隔で増加・減少させ、オーバーシュート、行過ぎ時間、定常偏差など計測する。角速度に対する、 k_p の定性的な影響を、計測したデータを用いて説明する。 k_p の役割について説明する。
3. 【考察】 $k_p = 0$, $k_i = 0.05$ に設定する。 k_i を 0.05 から 1.00 まで適当な間隔で増加させ、オーバーシュート、行過ぎ時間、定常偏差など計測する。角速度に対する、 k_i の定性的な影響を、計測したデータを用いて説明する。 k_i の役割について説明する。

4. **【計算】** 次の設計仕様が与えられた場合の行き過ぎ時間 t_p (s) とオーバーシュート PO (%) を計算する。
 - $\zeta = 0.75$
 - $\omega_n = 16.0$ (rad/s)さらに、設計仕様を満たす k_p と k_i を計算する。ここで、モータのパラメータはモデリングで求めた値を使用する。
5. **【考察】** 「Control Parameters」の k_p と k_i を上で求めた値に設定する。このとき bsp=0 とする。 t_p と PO を計測し、設計仕様を満たしているかを定量的に判断する。そうでない場合は、3.3.2 と 3.3.3 の結果を参考にして、 k_p と k_i を設計仕様を満たすように調整する。また、設計仕様が満たされなかった原因を考察する。
6. **【記録】** 決定した k_p と k_i を記録し、「Speed (rad/s)」と「Voltage (V)」のグラフを保存する。
7. 「Control Parameters」のパラメータを以下のように設定する。
 - k_p (V.s/rad) = 0.10
 - k_i (V/rad) = 1.50
 - bsp = 0.00
8. **【考察】** bsp を 0.00 から 1.00 まで適当な間隔で増加させ、オーバーシュート、行過ぎ時間、定常偏差など計測する。角速度に対する、bsp の定性的な影響を、計測したデータを用いて説明する。bsp の役割について説明する。

3.4 位置制御実験

1. 「QNET DC Motor Position Control.vi」を開き、モータを動作させる。「Signal Generator」のパラメータを以下のように設定する。
 - Amplitude (rad/s) = 2.0
 - Frequency (Hz) = 0.20
 - Offset (V) = 0.00さらに「Control Parameters」のパラメータを以下のように設定する。
 - 比例ゲイン k_p (V/rad) = 0.50
 - 積分ゲイン k_i (V/rad.s) = 0.00
 - 微分ゲイン k_d (V.s/rad) = 0.00また、セットポイントウェイト b_{sd} は 0 に設定されている。
2. **【考察】** k_p を適当な間隔で増加・減少させ、オーバーシュート、行過ぎ時間、定常偏差など計測する。角度に対する、 k_p の定性的な影響を、計測したデータを用いて説明する。 k_p の役割について説明する。
3. **【考察】** $k_p = 1.5$, $k_d = 0.00$ に設定する。 k_d を 0.00 から適当な間隔で増加させ、オーバーシュート、行過ぎ時間、定常偏差など計測する。角度に対する、 k_d の定性的な影響を、計測したデータを用いて説明する。 k_d の役割について説明する。
4. **【計算】** 次の設計仕様が与えられた場合の行き過ぎ時間 t_p (s) とオーバーシュート PO (%) を計算する。
 - $\zeta = 0.60$
 - $\omega_n = 25.0$ (rad/s)さらに、設計仕様を満たす k_p と k_d を計算する。ここで、モータのパラメータはモデリングで求めた値を使用する。
5. **【考察】** 「Control Parameters」の k_p と k_d を上で求めた値に設定する。 t_p と PO を計測し、設計仕様を満たしているかを定量的に判断する。そうでない場合は、3.4.2 と 3.4.3 の結果を参考にして、 k_p と

k_d を設計仕様を満たすように調整する。また、設計仕様が満たされなかった原因を考察する。

6. **【記録】** 決定した k_p と k_d を記録し、「Position (rad)」と「Voltage (V)」のグラフを保存する。

4 レポートについて

- 前節の **【記録】** の項で記録した数値やグラフをレポートに含めること。
- 前節の **【計算】** の項で計算した数値とその計算過程をレポートに含めること。
- 前節の **【考察】** の項を回答すること。そのとき、回答の根拠となる数値・グラフをレポートに記載すること。
- 上記の考察などをレポートに記載したことを確認し、次頁の「レポート考察チェックリスト」に、それらを記載したページ番号を記入し、チェックボックスに印を付けること。

2019年4月10日

レポート考察チェックリスト

学籍番号_____名前_____

3.2 2 () ページ

3 () ページ

4 () ページ

3.3 2 () ページ

3 () ページ

4 () ページ

5 () ページ

6 () ページ

8 () ページ

3.4 2 () ページ

3 () ページ

4 () ページ

5 () ページ

6 () ページ